

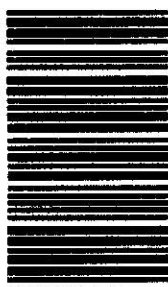
340

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



340F

صبح جمعه

۹۱/۱۲/۱۸

دفترچه شماره ۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۲

رشته‌ی
مهندسی مکانیک - مهندسی خودرو - سازه و بدنه (کد ۲۳۲۷)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، طراحی و تحلیل سازه و بدنه خودرو، ارتعاشات پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۱

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- برای تابع مختلط $f(z) = \sin z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) $|\sin z| = |\sin x|$ (۲) $|\sin x| \leq |\sin z| \leq 1$

(۳) $|\sin z|^2 = \sin^2 x + (\sinh y)^2$ (۴) $\sin^2 x + (\sinh y)^2 < |\sin z|^2 < \sin^2 x + (\cosh y)^2$

۲- اگر سری فوریه مثلثاتی تابع زیر را بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + x, & -\pi \leq x < 0 \\ \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

آنگاه مقادیر سری‌های عددی $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ و $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2}$ ، کدام است؟

(۲) $B = \frac{\pi^2}{32}, A = \frac{\pi^2}{8}$

(۱) $B = \frac{\pi^2}{32}, A = \frac{\pi^2}{16}$

(۴) $B = \frac{\pi^2}{16}, A = \frac{\pi^2}{4}$

(۳) $B = \frac{\pi^2}{16}, A = \frac{\pi^2}{8}$

۳- تبدیل $w = \sinh z$ نیمه نوار $|y| \leq \frac{\pi}{2}, x \geq 0$ از صفحه z را به کدام ناحیه از صفحه w می‌نگارد؟

(۲) اجتماع ربع‌های اول و دوم صفحه w

(۱) نیمه نوار $|y| \leq \frac{\pi}{2}, x \leq 0$

(۴) اجتماع ربع‌های اول و چهارم صفحه w

(۳) اجتماع ربع‌های دوم و سوم صفحه w

۴- در مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t), & 0 < x < L, t > 0 \\ u(0, t) = 0, u_x(L, t) = 0, & u(x, 0) = \phi(x) \end{cases}$$

که در آن $\phi(x)$ و $f(x, t)$ توابع پیوسته و تکه‌ای هموار مقروض هستند. دنباله توابع پایه متعامد مورد نیاز بسط فوریه، کدام است؟

(۲) $\left\{ \sin \frac{K\pi x}{2L} \right\}$

(۱) $\left\{ \sin \frac{K\pi x}{L} \right\}$

(۴) وجود ندارد.

(۳) $\left\{ \sin \frac{(2K-1)\pi}{2L} x \right\}$

۵- برای تابع مختلط $f(z) = \cos z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) $|\cos z| = |\cos x|$ (۲) $|\cos x| \leq |\cos z| \leq 1$

(۳) $|\cos z|^2 = \cos^2 x + (\cosh y)^2$ (۴) $|\cos z|^2 = \cos^2 x + (\sinh y)^2$

۶- در مورد تابع مختلط $f(z) = \cosh z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) $|\sinh x| \leq |\cosh z| \leq \cosh x$

(۲) $|\cosh z|^2 = (\cosh x)^2 + \cos^2 y$

(۳) تنها صفرهای این تابع (تنها ریشه‌های آن) عبارت‌اند از $z_k = (2K + \frac{1}{2})\pi i$

(۴) این تابع صفر ندارد (ریشه ندارد)

۷- تبدیل لاپلاس $U(x, s)$ جواب کراندار مسئله مقدار اولیه - مرزی:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = -e^{-t}, & \forall x > 0, \forall t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, & \forall x > 0 \\ u(0, t) = \mu(t), & \forall t > 0 \end{cases}$$

تابع معلوم و تکه‌ای پیوسته

کدام است؟

(۱) $\left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-xs}{a}} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$

(۲) $\left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-xs}{a}} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$

(۳) $\left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-xs}{a}} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s+1}$

(۴) $\left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-xs}{a}} - \frac{1}{s+1}$

۸- فرض کنیم $a_1 = b, a_2 = bc, a_3 = b^2c, a_4 = b^3c^2, \dots, a_n = b^{n-1}c^{n-1}, a_{n+1} = b(bc)^n, \dots$ به طوری که

$0 < b < 1, 0 < bc < 1, c > 1$. دامنه تعریف $S(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ با $(a_0 = 1)$ به عنوان یک تابع تحلیلی، کدام است؟

(۱) $|z| < \frac{1}{\sqrt{bc}}$ (۲) $|z| < \frac{1}{\sqrt{c}}$

(۳) $|z| < \frac{1}{\sqrt{b}}$ (۴) تمام صفحه Z است.

۹- سری فوریۀ مثلثاتی تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \\ x - \frac{3\pi}{2}, & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$ کدام است؟

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2K-1)} \cos(2K-1)x \quad (2)$$

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{4}{\pi^2(2K-1)^2} \cos(2K-1)x \quad (1)$$

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x \quad (4)$$

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{2}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x \quad (3)$$

۱۰- با انتگرال گیری از تابع e^{-x^2} روی مرز پیرامون مستطیل $|x| \leq a$ و $0 \leq y \leq b$ در جهت مثلثاتی و سپس میل دادن a به بی نهایت، تعیین کنید که مقدار $\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos(2bx) dx$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{1}{2}b^2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-b^2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\frac{1}{2}b^2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{b^2} \quad (3)$$

۱۱- ناحیۀ بین نیم محور x مثبت و نیمساز ربع اول صفحۀ xy در اثر تبدیل $W = \frac{z^2 + i}{iz^2 + 1}$ به کدام ناحیه از صفحۀ W نگاشته می شود؟

(۱) نیمۀ بالایی صفحۀ W
(۲) نیمۀ پایینی صفحۀ W
(۳) داخل دایرۀ واحد
(۴) خارج دایرۀ واحد

۱۲- فرض کنیم:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, & 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) = \frac{L}{2} - \left| x - \frac{L}{2} \right|, & u_t(x, 0) = x(L-x), & 0 \leq x \leq L \\ u(0, t) = 0 = u(L, t) \end{cases}$$

در این صورت مقدار $u\left(\frac{L}{4}, \frac{2L}{a}\right)$ کدام است؟

$$\frac{-11L^2}{192a} \quad (2)$$

$$\frac{-11L^2}{96a} \quad (1)$$

$$\frac{11L^2}{96a} \quad (4)$$

$$\frac{11L^2}{192a} \quad (3)$$

۱۳- با انتگرال گیری از تابع مناسب روی کرانه مستطیل $|x| < R$ و $0 < y < 2\pi$ در جهت مثبت و به کاربردن قضیه مانده، و

سرانجام میل دادن R به بی نهایت، مقدار انتگرال $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x} dx$ ، $0 < a < 1$ ثابت، کدام خواهد بود؟

$$\frac{\pi}{\cos \pi a} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{\sin \pi a} \quad (1)$$

(۴) واگراست.

$$\frac{e^a}{\sin \pi a} \quad (3)$$

۱۴- برای مسئله مقدار اولیه مرزی: $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$, $0 < x < L$, $t > 0$

$$u_t(x, 0) = 0, u(x, 0) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ L-x, & \frac{L}{2} < x \leq L \end{cases} \quad (\text{موضع اولیه})$$

$$u(0, t) = 0 = u(L, t)$$

موج یک بعدی بر قطعه خط $0 \leq x \leq L$ ، مقدار $u(\frac{L}{2}, \frac{nL}{a})$ در نقطه $x = \frac{L}{2}$ و $t = \frac{nL}{a}$ ، کدام است؟ (n عدد صحیح نامنفی)

$$(-1)^n \frac{L}{2a} \quad (2)$$

$$\frac{La}{2} \quad (1)$$

$$(-1)^{n-1} \frac{L}{2} \quad (4)$$

$$(-1)^n \frac{L}{2} \quad (3)$$

۱۵- توابع ویژه (eigen functions) مسئله مقدار مرزی زیر کدام است؟

$$y''(x) - 2y'(x) + \lambda y(x) = 0 \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$y(0) = y(\pi) = 0$$

$$\varphi_n(x) = e^x \sin nx; n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$\varphi_n(x) = e^x \cos nx; n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$\varphi_{n,m}(x) = \sinh mx \sin nx; n, m = 1, 2, \dots \quad (4)$$

$$\varphi_n(x) = \sinh \sin nx; n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

۱۶- مقدار انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{(\ln x)^2}{1+x} dx$ (با انتخاب مرز مناسب)، کدام است؟

$$\frac{\pi^2}{8} \quad (2)$$

$$\frac{\pi^2}{16} \quad (1)$$

$$\frac{\pi^2}{4} \quad (3)$$

(۴) همگرا نیست (بینهایت می شود)

۱۷- در مورد خود الحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$ کدام عبارت درست است؟
(۱) خود الحاق است. (۲) برای $n = 0$ خود الحاق است.

(۳) با ضرب در $\frac{1}{x}$ خود الحاق می‌شود. (۴) با ضرب در $\frac{1}{x^2}$ خود الحاق می‌شود.

۱۸- ثابت‌های $a > 0$ و $b > 0$ و $-1 < \gamma < 1$ مفروض‌اند. اگر $\int_0^\infty \frac{x^\gamma}{(x+a)(x+b)} dx = \frac{\pi}{\sin(\pi\gamma)} \left(\frac{b^\gamma - a^\gamma}{b-a} \right)$ ، آنگاه

مقدار انتگرال $\int_0^\infty \frac{x^\beta}{(x+a)^\gamma} dx$ و $(-1 < \beta < 1)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{\pi\beta}{\sin(\pi\beta)} a^\beta$ (۲) $\frac{a\beta}{\sin(\pi\beta)} a^\beta$

(۳) $\frac{\gamma\pi\beta a^{\beta-1}}{\sin(\pi\beta)}$ (۴) $\frac{\pi\beta}{\sin(\pi\beta)} a^{\beta-1}$

۱۹- اگر بسط سری فوریه سینوسی تابع $f(x) = x(\pi - x)$ ، $0 \leq x \leq \pi$ به صورت زیر باشد:

$$x(\pi - x) = \frac{8}{\pi} \left(\frac{\sin x}{1^3} + \frac{\sin 3x}{3^3} + \frac{\sin 5x}{5^3} + \dots \right)$$

آنگاه مقدار سری عددی

$\frac{1}{1^3} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} + \frac{1}{11^3} - \dots$ کدام است؟

(۱) $3\pi^3 \frac{\sqrt{2}}{128}$ (۲) $3\pi^3 \frac{\sqrt{2}}{64}$

(۳) $3\pi^3 \frac{\sqrt{2}}{32}$ (۴) $3\pi^3 \frac{\sqrt{2}}{256}$

۲۰- سری فوریه تابع متناوب $f(x)$ با دوره تناوب ۲، $f(x+2) = f(x)$ به صورت ترکیب خطی کدام یک از خانواده توابع زیر است؟

(۱) $\left\{ \frac{1}{2}, \cos x, \sin x \right\}$ (۲) $\left\{ \frac{1}{2}, \cos(n\pi x), \sin(n\pi x) \right\}, \forall n = 1, 2, 3, \dots$

(۳) $\left\{ \frac{1}{2}, \cos x, \sin nx \right\}, \forall n = 1, 2, 3, \dots$ (۴) $\left\{ \frac{1}{2}, \cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right), \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right) \right\}, \forall n = 1, 2, 3, \dots$

۲۱- در مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t) & , \quad 0 < x < L, t > 0 \\ u_x(0, t) = 0, u(L, t) = 0 & , \quad u(x, 0) = \phi(x) \end{cases}$$

که در آن $\phi(x)$ و $f(x, t)$ توابع پیوسته و تکه‌ای هموار مفروضی هستند، دنباله توابع پایه متعامد مورد نیاز بسط فوریه کدام است؟

(۱) $\left\{ \cos \frac{k \pi x}{2L} \right\}$

(۲) $\left\{ \cos \frac{k \pi x}{L} \right\}$

(۳) $\left\{ \cos \frac{(2k-1) \pi x}{2L} \right\}$

(۴) وجود ندارد.

۲۲- در مورد خودروهای بدون سقف، کدام گزینه درست است؟

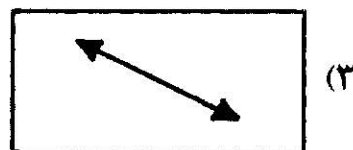
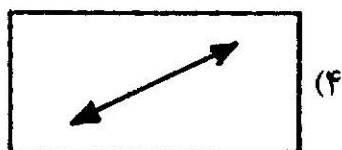
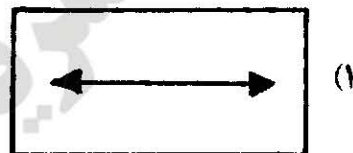
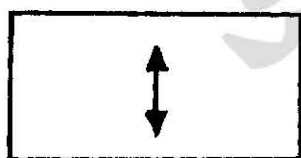
- (۱) بدنه در مقابل بارهای پیچشی مقاوم نیست.
(۲) بدنه در مقابل بارهای خمشی مقاوم نیست.
(۳) بدنه در مقابل بارهای محوری مقاوم نیست.
(۴) بدنه در مقابل بارهای جانبی مقاوم نیست.

۲۳- در شکل روبه‌رو، یک پانل جانبی خودرو نشان داده شده است. برای تقویت این پانل کدام عضو را باید تقویت کرد؟

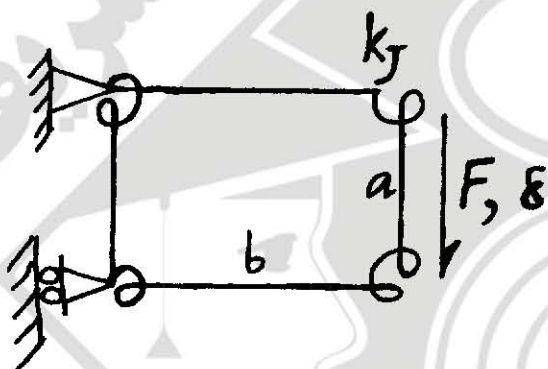


- (۱) عضوی که مقطع قوی‌تری دارد.
(۲) عضوی که انرژی کرنشی بیشتری دارد.
(۳) عضوی که طول آن بلندتر است.
(۴) عضوی که بار خارجی مستقیماً به آن وارد می‌شود.

۲۴- در صفحه زیر، کمانش در کدام جهت اتفاق می‌افتد؟

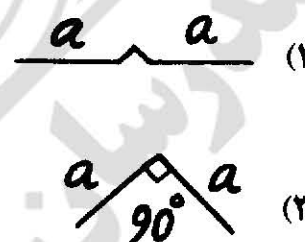
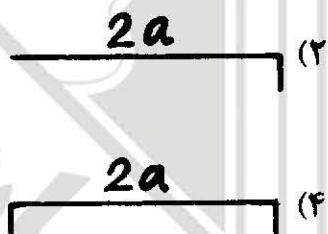


- ۲۵- کدام گزینه، ویژگی مناسب بدنه خودرو در برخورد و تصادف نیست؟
 (۱) نیروی بزرگی تحمل کند.
 (۲) وزن کمی داشته باشد.
 (۳) انرژی زیادی جذب کند.
 (۴) از ماده‌ای با درصد ازدیاد طول بزرگ، تشکیل شده باشد.
- ۲۶- سفتی پیچشی مطلوب بدنه خودرو چند Nm/degree است؟
 (۱) ۸۰۰
 (۲) ۱۲۰۰
 (۳) ۸۰۰۰
 (۴) ۱۲۰۰۰
- ۲۷- برای بدنه تحت خمش، کدام جمله درست نیست؟
 (۱) بیشترین بار در پانل کف می‌افتد.
 (۲) بیشترین بار در پانل سقف می‌افتد.
 (۳) بیشترین بار در پانل دیواره آتش می‌افتد.
 (۴) بیشترین بار در پانل پشت صندلی عقب می‌افتد.
- ۲۸- گستره مطلوب فرکانس خمشی خودروهای سواری چند Hz است؟
 (۱) ۱۲ - ۱۵
 (۲) ۱۷ - ۲۲
 (۳) ۲۲ - ۲۵
 (۴) ۲۷ - ۳۲
- ۲۹- در قاب زیر، اجزاء صلب و اتصالات تغییر شکل پذیر می‌باشند. مقدار صلبیت برشی مؤثر که از رابطه $G_{\text{eff}} = s \frac{a}{b}$ به دست می‌آید چند $\frac{\text{N}}{\text{mm}}$ می‌باشد؟ $s = \frac{F}{\delta}$ و سفتی پیچشی اتصالات $k_J = 0.1 \times 10^8 \frac{\text{Nmm}}{\text{rad}}$ می‌باشد.

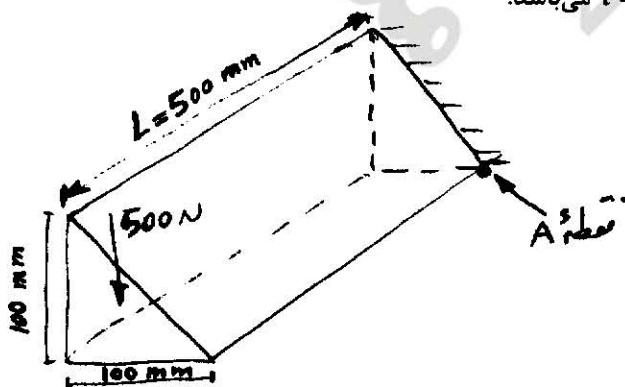


- (۱) ۱۰/۲
 (۲) ۲۲/۸۶
 (۳) ۳۲/۸۶
 (۴) ۴۰/۲

- ۳۰- کدام سطح مقطع، بار بحرانی کماترین دارد؟

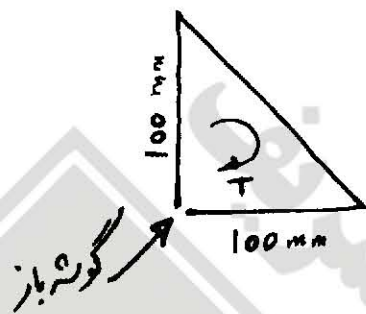
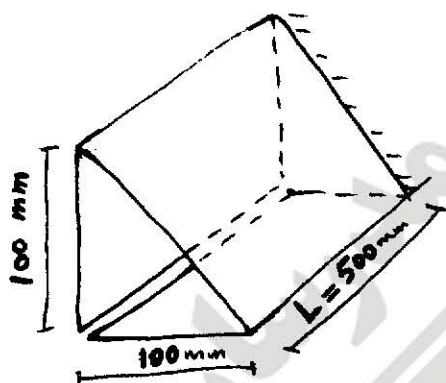


- ۳۱- تنش حاصل از خمش در نقطه A چند MPa است؟ عضو جدار نازک و دارای سطح مقطع مثلث بوده و به صورت یک سر گیردار تحت بار 500 N قرار دارد. ضخامت عضو $t = 1 \text{ mm}$ می‌باشد.



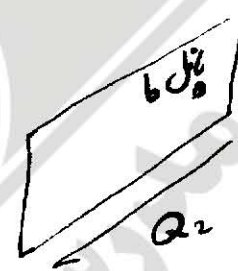
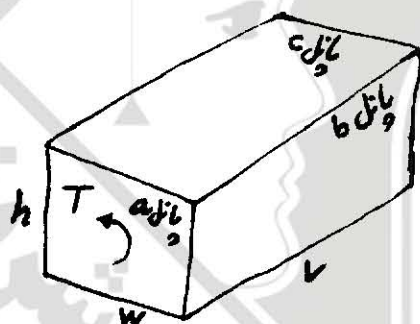
- (۱) ۱۲/۴۳
 (۲) ۲۲/۴۳
 (۳) ۴۰/۱۲
 (۴) ۵۰/۱۲

۳۲- زاویه پیچش برای عضو جدار نازکی با ضخامت $t = 1 \text{ mm}$ با مقطع مثلث، تحت پیچش $T = 25000 \text{ Nmm}$ چند rad است؟ مقطع مثلث از محل گوشه قائم باز است. ($G = 78 \text{ GPa}$)



- (۱) ۱/۴
- (۲) ۲/۱
- (۳) ۱۴/۱
- (۴) ۲۱/۱

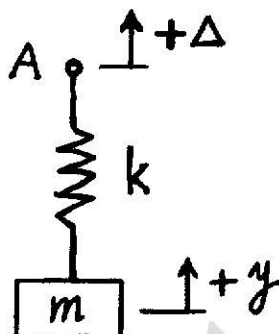
۳۳- در مدل خودروی ون، با استفاده از المانهای ساده سازی سطوح تحت بار پیچشی، مقادیر Q_1 و Q_2 به ترتیب کدام است؟ ($T = Fw$)



- (۲) $\frac{FL}{h}$ و $\frac{Fw}{h}$
- (۴) $\frac{FL}{2h}$ و $\frac{Fw}{2h}$

- (۱) $\frac{Fw}{h}$ و $\frac{FL}{h}$
- (۳) $\frac{Fw}{2h}$ و $\frac{FL}{2h}$

۳۴- سیستم جرم و فلز از نقطه A آویخته شده است. اگر جابه‌جایی ثابت Δ به ناگهان به نقطه A داده شده و شرایط اولیه، صفر در نظر گرفته شود، پاسخ $y(t)$ کدام است؟



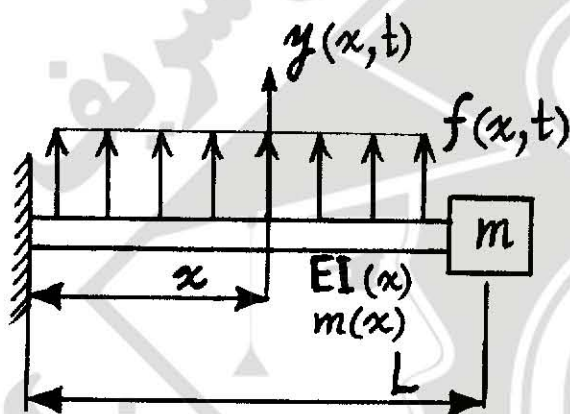
$$y = \Delta \left(1 - \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t\right) \quad (1)$$

$$y = \Delta \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (2)$$

$$y = \frac{mg}{k} + \Delta \quad (3)$$

$$y = \Delta \quad (4)$$

۳۵- معادله ارتعاشی تیر یکسر گیردار شکل زیر، کدام است؟ ($0 < x < L$)



$$+\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

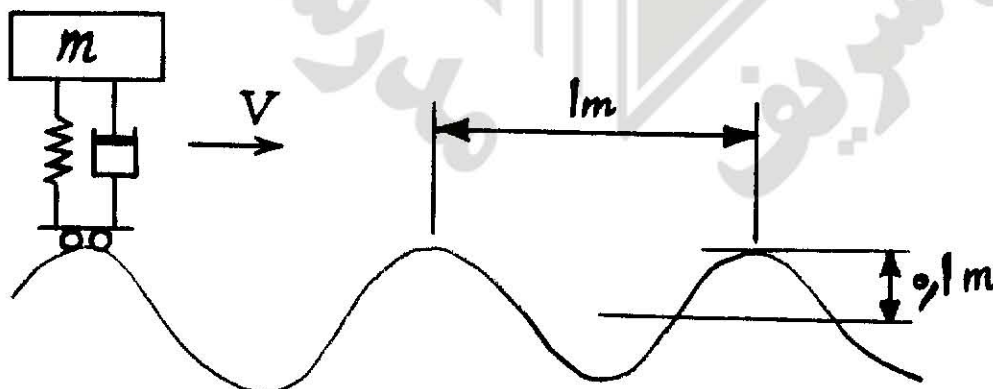
$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] - f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (4)$$

۳۶- خودرویی مطابق شکل مدل شده و بر روی سطح ناهموار سینوسی با سرعت $v = 5 \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. اگر مقدار میرایی

کمک فنر خودرو (c) را افزایش دهیم، نوسانات (جابه‌جایی) جرم خودرو



$$k = 25000 \frac{N}{m}$$

$$c = 1000 \frac{N.s}{m}$$

$$m = 250 \text{ kg}$$

(۲) کاهش می‌یابد.

(۴) مستقل از مقدار ضریب میرایی می‌باشد.

(۱) افزایش می‌یابد.

(۳) قابل پیش‌بینی و مشخص نیست.

۳۷- معادله حرکت یک سیستم یک درجه آزادی به صورت $\ddot{\varphi} + \frac{c}{4m}\dot{\varphi} + \frac{\Delta k}{8m}\varphi = 0$ است. نسبت میرایی ζ برابر کدام است؟

(۲) $\frac{c}{2\sqrt{10}km}$

(۱) $\frac{c}{\sqrt{km}}$

(۴) $\frac{c}{4\sqrt{km}}$

(۳) $\frac{c}{2\sqrt{km}}$

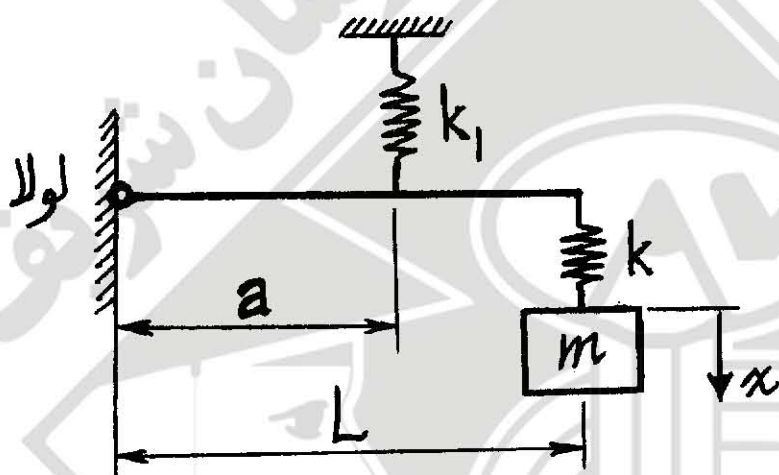
۳۸- ضریب فنریت معادل سیستم روبه‌رو، کدام است؟

(۱) $k + \frac{L^2}{a^2}k_1$

(۲) $\frac{(k+k_1)k_1a^2}{kL^2+k_1a^2}$

(۳) $\frac{(k+k_1)ka^2}{kL^2+k_1a^2}$

(۴) $\frac{k_1ka^2}{kL^2+k_1a^2}$



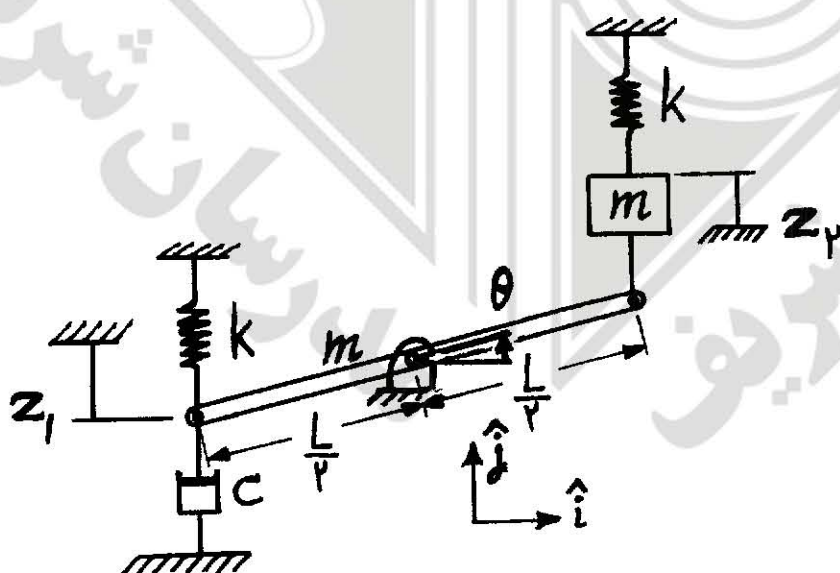
۳۹- مقدار ضریب میرایی c در سیستم روبه‌رو چقدر باشد، تا سیستم در شرایط میرایی بحرانی قرار گیرد؟

(۱) $c_{cr} = \sqrt{\frac{32km}{3}}$

(۲) $c_{cr} = \sqrt{\frac{32km}{7}}$

(۳) $c_{cr} = \sqrt{\frac{24km}{5}}$

(۴) $c_{cr} = \sqrt{\frac{24km}{7}}$

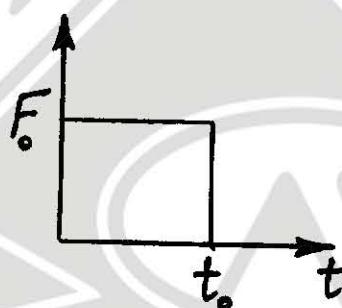
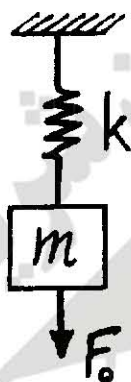


- ۴۰- شکل روبه‌رو، یکی از مود شیب‌های طبیعی یک تیر یکسر گیردار را نشان می‌دهد. انجام کدام یک از کارهای زیر سبب تحریک این مودشیپ می‌شود؟

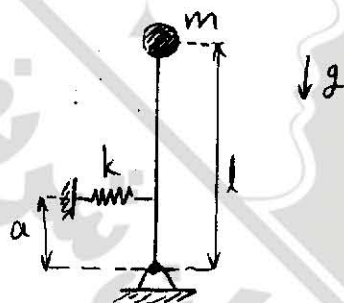


- (۱) اعمال نیروی قائم $F_0 \sin \omega t$ در نقطه B از تیر
- (۲) اعمال نیروی قائم $F_0 \sin \omega t$ در نقطه‌ای غیر از B از تیر
- (۳) اعمال ممان متمرکز $M_0 \sin \omega t$ در نقطه A از تیر
- (۴) اعمال همزمان نیروی $F_0 \sin \omega t$ در نقطه B و ممان متمرکز $M_0 \sin \omega t$ در نقطه A

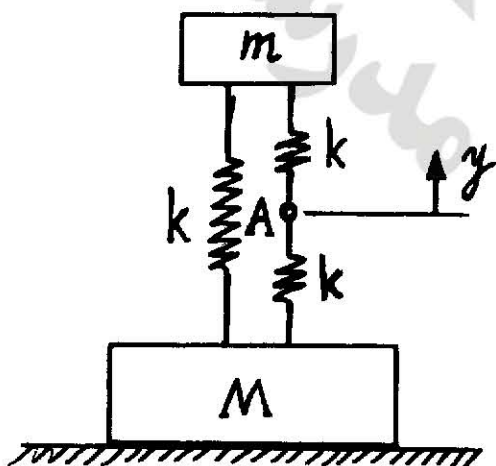
- ۴۱- نیروی پله‌ای به ارتفاع F_0 و به مدت t_0 به یک سیستم جرم - فنر وارد می‌شود. پاسخ سیستم در $t > 0$ کدام است؟



$$\begin{aligned} (1) \quad x(t) &= \frac{F_0}{k} \\ (2) \quad x(t) &= \frac{F_0}{k} (1 - \cos \omega_n t) \\ (3) \quad x(t) &= \frac{F_0}{k} (1 - \cos \omega_n (t - t_0)) \\ (4) \quad x(t) &= \frac{F_0}{k} (\cos \omega_n (t - t_0) - \cos \omega_n t) \end{aligned}$$



- ۴۲- فرکانس طبیعی سیستم روبه‌رو، با افزایش شتاب ثقل g ، چه تغییری می‌کند؟
- (۱) افزایش می‌یابد.
 - (۲) کاهش می‌یابد.
 - (۳) وابسته به مقادیر m, k, l و a ممکن است افزایش یا کاهش داشته باشد.
 - (۴) تفاوتی نمی‌کند.



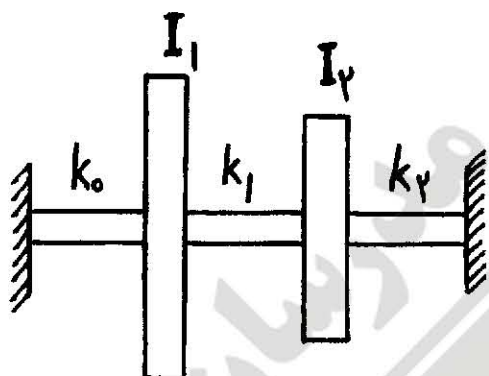
- ۴۳- سیستم روبه‌رو متشکل از ۲ جرم و ۳ فنر مفروض است. اگر حرکت معلوم $y = Y \sin \omega t$ به نقطه A وارد شود، حداقل ω^2 چقدر باشد، تا جرم سنگین M از زمین جدا شود؟

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{2k}{m} \\ (2) \quad & \frac{k}{M} \left(\frac{2mg - 2kY}{Mg - kY} \right) \\ (3) \quad & \frac{k}{m} \left(\frac{2Mg - 2kY}{Mg - kY} \right) \\ (4) \quad & \frac{k}{m} \left(\frac{2Mg - 2kY}{Mg - kY} \right) \end{aligned}$$

-۴۴

سیستم روبه‌رو شامل دو دیسک می‌باشد، که با رابط‌های کشسان به هم وصل شده‌اند.

معادلات ارتعاشی سیستم کدام است؟



$$I_1 \ddot{\theta}_1 - k_1 \theta_1 + k_1 \theta_2 = 0 \quad (1)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + k_1 (\theta_2 - \theta_1) + k_2 \theta_2 = 0$$

$$I_1 \ddot{\theta}_1 - k_1 (\theta_1 - \theta_2) + k_0 \theta_1 = 0 \quad (2)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 - k_1 (\theta_2 - \theta_1) + k_2 \theta_2 = 0$$

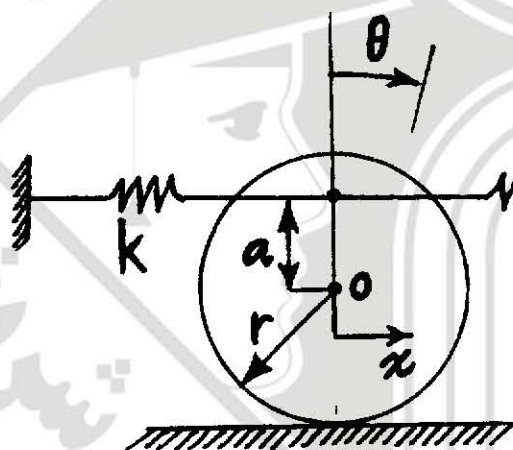
$$I_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 (\theta_1 - \theta_2) + k_0 \theta_1 = 0 \quad (3)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + k_1 (\theta_2 - \theta_1) + k_2 \theta_2 = 0$$

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + k_1 (\theta_1 - \theta_2) - k_0 \theta_1 = 0 \quad (4)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + k_1 (\theta_2 - \theta_1) - k_2 \theta_2 = 0$$

-۴۵ فرکانس طبیعی سیستم روبه‌رو، کدام است؟ $I_o = \frac{1}{2} m r^2$



$$\omega_n = \sqrt{\frac{2k(r+a)^2}{mr^2}} \quad (1)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k(2r+a)^2}{mr^2}} \quad (2)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4k(r+a)^2}{3mr^2}} \quad (3)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4k(r+a)^2}{\Delta mr^2}} \quad (4)$$